**INTERVALOS, DESIGUALDADES Y VALOR ABSOLUTO**

**INTERVALOS**

Los Intervalos son una herramienta matemática que se utiliza para delimitar un conjunto determinado de números reales.

Por ejemplo el intervalo [-5,3] describe el conjunto de números reales que se encuentran entre -5 y 3.

{-5,… -4,99… ,…, -4,9 ,………, 2,9… , 2,99… , 3}

**TIPOS DE INTERVALOS**

1. Intervalo abierto: este tipo de intervalo como es abierto por ambos lados no se incluye “a” y “b” en el conjunto de números que delimita.

$(a,b)$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ a<x<b\}$ Notación de conjunto

Gráfica del intervalo



Ejemplo:

$(-3,7)$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ -3<x<7\}$ Notación de conjunto.

En este caso, el conjunto que se delimita no incluye los números -3 y 7 porque se trata de un intervalo abierto por ambos lados

Gráfica del intervalo



2. Intervalo Cerrado: este tipo de intervalo como es cerrado por ambos lados incluye “a” y “b” en el conjunto de números que delimita.

$[a,b]$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ a\leq x\leq b\}$ Notación de conjunto

Gráfica del intervalo



Ejemplo:

$[-4,8]$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ -4\leq x\leq 8\}$ Notación de conjunto.

En este caso, el conjunto que se delimita incluye los números -4 y 8 porque se trata de un intervalo cerrado por ambos lados

Gráfica del intervalo



3. Intervalo Abierto por la derecha: este tipo de intervalo como es cerrado por el lado izquierdo incluye “a” y como es abierto por el lado derecho no incluye “b” en el conjunto que delimita.

$[a,b)$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ a\leq x<b\}$ Notación de conjunto

Gráfica del intervalo



Ejemplo

$[3,6)$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ 3\leq x<6\}$ Notación de conjunto.

En este caso, el conjunto que se delimita incluye el número 3 por ser cerrado por la izquierda pero no incluye el número 6 por ser abierto por la derecha.

Gráfica del intervalo



4. Intervalo abierto por la izquierda: este tipo de intervalo como es abierto por el lado izquierdo no incluye “a” y como es cerrado por el lado derecho incluye “b” en el conjunto que delimita.

$(a,b]$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ a<x\leq b\}$ Notación de conjunto

Gráfica del intervalo



Ejemplo

$(-1,12]$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ -1<x\leq 12\}$ Notación de conjunto

En este caso, el conjunto que se delimita no incluye el número -1 por ser abierto por la izquierda pero incluye el número 12 por ser cerrado por la derecha.

Gráfica del intervalo



5. Intervalo cerrado por la izquierda hacia +∞ : este tipo de intervalo como es cerrado por el lado izquierdo incluye “a” y es abierto por el lado derecho hacia infinito positivo.

$[a,+\infty )$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ x\geq a\}$ Notación de conjunto

Gráfica del intervalo



Ejemplo

$[-5,+\infty )$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ x\geq -5\}$ Notación de conjunto

En este caso, el conjunto que se delimita incluye el número -5 por ser cerrado por la izquierda hasta infinito positivo.

Gráfica del intervalo



6. Intervalo abierto por la izquierda hacia +∞ : este tipo de intervalo como es abierto por el lado izquierdo no incluye “a” y es abierto por el lado derecho hacia infinito positivo.

$(a,+\infty )$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ x>a\}$ Notación de conjunto

Gráfica del intervalo



Ejemplo

$(9,+\infty )$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ x>9\}$ Notación de conjunto

En este caso, el conjunto que se delimita no incluye el número 9 por ser abierto por la izquierda hasta infinito positivo.

Gráfica del intervalo



7. Intervalo cerrado por la derecha hacia -∞ : este tipo de intervalo es abierto por el lado izquierdo hacia infinito negativo y como es cerrado por el lado derecho incluye “b”.

$(-\infty ,b]$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ x\leq b\}$ Notación de conjunto

Gráfica del intervalo



Ejemplo

$(-\infty ,-2]$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ x\leq -2\}$ Notación de conjunto

En este caso, el conjunto que se delimita incluye el número -2 por ser cerrado por la derecha hasta infinito negativo.

Gráfica del intervalo



8. Intervalo abierto por la derecha hacia -∞ : este tipo de intervalo es abierto por el lado izquierdo hacia infinito negativo y como es abieto por el lado derecho no incluye “b”.

$(-\infty ,b)$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ x<b\}$ Notación de conjunto

Gráfica del intervalo



Ejemplo

$(-\infty ,20)$ Notación de intervalo

$\{xϵR/ x<20\}$ Notación de conjunto

En este caso, el conjunto que se delimita no incluye el número 20 por ser abierto por la derecha hasta infinito negativo.

Gráfica del intervalo



**DESIGUALDADES**

Una desigualdad es una expresión matemática que contiene un signo de desigualdad. Los signos de desigualdad son:

 no es igual

< menor que

> mayor que
 menor o igual que
 mayor o igual que

Ejemplos de desigualdades:

a) $3<5$ b) $8>2$ c) $3<5$ d) $3x-10\leq 5-x$ e) $8+9x\geq 5-3x-16$

Una desigualdad que tiene variable se llama ***inecuación***.

###### inecuaciones

Una **inecuación** es una desigualdad en la que hay una o más cantidades desconocidas (incógnitas) y que sólo se verifica (o demuestra) para determinados valores de las incógnitas. Las inecuaciones también se conocen como **desigualdades de condición.**

Ejemplos de inecuaciones

a) $6x+20\geq 5-3x-16$ b) $\frac{2}{3}x+20\leq -\frac{2}{5}-2x$ c) $-\frac{1}{3}x-13<-\frac{6}{5}x-6$

d) $\frac{8}{3}x>-\frac{2}{5}x-4$

Para resolver una **inecuación** deben encontrarse los valores de las incógnitas que satisfagan la inecuación.

Ejemplo 1: hallar el intervalo solución de la inecuación $x+2>5$

$x+2>5$

$x>5-2$ Organizar términos, variables en la izquierda y números a la derecha

$x>3$ Intervalo solución en forma de conjunto

Por lo tanto el intervalo solución es $(3,+\infty )$

Ejemplo 2: hallar el intervalo solución de la inecuación $4x-5<11+x$

$4x-5<11+x$

$4x-x<11+5$ Organizar términos, variables en la izquierda y números a la derecha.

$3x<16$ Reducción de términos semejantes en ambos lados y despejar x, como el 3 está multiplicando pasa a dividir.

$x<\frac{16}{3}$ Intervalo solución en forma de conjunto

Por lo tanto el intervalo solución es $(-\infty ,\frac{16}{3})$

Ejemplo 3: Caso especial variable con signo negativo.

Hallar el intervalo solución de $-8x+4\leq 5x+12$.

$-8x+4\leq 5x+12$

 $-8x-5x\leq 12-4$ Organizar términos, variables en la izquierda y números a la derecha.

 $-13x\leq 8$ Reducción de términos semejantes en ambos lados

 $\left(-1\right) -13x\geq 8 (-1)$ Como el término de la variable es negativo -13x multiplicamos en ambos lados por (-1) y le damos la vuelta a la desigualdad ≥.

$13x\geq -8 $ Despejar x, como el 13 está multiplicando pasa a dividir

 $x\geq -\frac{8}{13} $ Intervalo solución en forma de conjunto

Por lo tanto el intervalo solución es $[–\frac{8}{13},+\infty )$

Ejemplo 4: Caso especial variable con signo negativo.

Hallar el intervalo solución de $\frac{4}{5}\geq 1+\frac{2}{7}x$

$\frac{4}{5}\geq 1+\frac{2}{7}x$

$-\frac{2}{7}x\geq 1-\frac{4}{5}$ Organizar términos, variables en la izquierda y números a la derecha.

$-\frac{2}{7}x\geq \frac{1}{5}$ Reducción de términos semejantes en ambos lados

$-2x\geq \frac{1}{5}\*(7)$ Despejar x, como el 7 está dividiendo pasa a multiplicar

$-x\geq \frac{1}{5}\*(\frac{7}{2})$ Como el dos está multiplicando pasa a dividir

$\left(-1\right) -x\leq \frac{7}{10} (-1)$ Como el término de la variable es negativo -x multiplicamos en ambos lados por (-1) y le damos la vuelta a la desigualdad ≤.

$x\leq -\frac{7}{10} $ Intervalo solución en forma de conjunto

Por lo tanto el intervalo solución es $(-\infty ,–\frac{7}{10}]$

Ejemplo 5: hallar el intervalo solución de $\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\geq \frac{2}{3}x-\frac{1}{4}$

$\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\geq \frac{2}{3}x-\frac{1}{4}$

$\frac{3}{2}x-\frac{2}{3}x\geq -\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$ Organizar términos, variables en la izquierda y números a la derecha.

$\frac{9x-4x}{6}\geq \frac{-2-4}{8}$ Operaciones con fracciones en ambos lados de la inecuación

$\frac{5x}{6}\geq \frac{-6}{8}$ Reducción de términos semejantes en ambos lados

$\frac{5x}{6}\geq \frac{-3}{4}$ Simplificando la fracción

$5x\geq \frac{-3}{4}\*(6)$ Despejar x, como el 6 está dividiendo pasa a multiplicar

$5x\*\left(4\right)\geq -3\*(6)$ Como el 4 está dividiendo pasa a multiplicar

$20x\geq -18$ Como el 20 está multiplicando pasa a dividir

$x\geq -\frac{18}{20}$ Simplificando la fracción

$x\geq -\frac{9}{10}$ Intervalo solución en forma de conjunto

Por lo tanto el intervalo solución es $[–\frac{9}{10},+\infty )$

**VALOR ABSOLUTO**

Definición:

Si ”a” es un número real, el valor absoluto de “a” que se expresa como $\left|a\right|$ se define como:

$$\left|a\right|= a si a\geq 0$$

$$ \left|a\right|= - a si a<0 $$

**PROPIEDADES**

A continuación se describen algunas propiedades de valor absoluto que se utilizan para resolver ecuaciones e inecuaciones de las formas:

* Ecuaciones de la forma $\left|x\pm a\right|=b$
* Inecuaciones de la forma $\left|x\pm a\right|\leq b $

1. Propiedad $\left|x\right|=\left|-x\right|$

Ejemplo 1: $\left|7\right|=\left|-7\right|=$7

Ejemplo 2: $\left|25\right|=\left|-25\right|=25$

Ejemplo 3: $\left|125\right|=\left|-125\right|=125$

Esta propiedad la utilizamos para resolver ecuaciones de la forma $\left|x\pm a\right|=b$ siendo $b\geq 0$.

Ejemplo 1: hallar los valores de x si $\left|2x-7\right|=5$

Aplicando la primera propiedad planteamos que $\left|2x-7\right|=\left|5\right|=\left|-5\right|$. Esto significa que:

$2x-7=5$ o $2x-7=-5$

Resolviendo la primera ecuación con +5

$2x-7=5$

$2x=5+7$

$2x=12$

$x=6$

Resolviendo la segunda ecuación con -5

$2x-7=-5$

$2x=-5+7$

$2x=2$

$x=1$

Por lo tanto la solución es: $x=6$ o $x=1$

Ejemplo 2: hallar los valores de x si $\left|3x+5\right|=4$

Aplicando la primera propiedad planteamos que $\left|3x+5\right|=\left|4\right|=\left|-4\right|$. Esto significa que:

$3x+5=4$ o $3x+5=-4$

Resolviendo la primera ecuación con +4

$3x+5=4$

$3x=4-5$

$3x=-1$

$x=-\frac{1}{3}$

Resolviendo la segunda ecuación con -4

$3x+5=-4$

$3x=-4-5$

$3x=-9$

$x=-\frac{9}{3}$

$x=-3$

Por lo tanto la solución es $ x=-\frac{1}{3}$ o $x=-3$

2. Propiedad $\left|x\pm a\right|\leq b y b\geq 0$ sí y solo sí $a-b\leq x\leq a+b$

Como $b\geq 0 y \left|x\right|\leq b$ , entonces $-b\leq x\leq b$

Ejemplo1: resolver la inecuación $\left|x-3\right|\leq 2$

$\left|x-3\right|\leq 2$

$-2\leq x-3\leq 2$ Aplicando: como $b\geq 0 y \left|x\right|\leq b$ , entonces $-b\leq x\leq b$.

En este caso, como $2\geq 0 y \left|x\right|\leq 2$ , entonces $-2\leq x\leq 2$

$-2+3\leq x\leq 2+3$ Despejar x, el -3 pasa a sumar a ambos lados aplicando

$a-b\leq x\leq a+b$

$1\leq x\leq 5$ Intervalo solución en forma de conjunto

Por lo tanto el intervalo solución es: $[1,5]$

Ejemplo 2: resolver la inecuación $\left|2x+7\right|<9$

$\left|2x+7\right|<9$

$-9<2x+7<9$ Aplicando: como $b\geq 0 y \left|x\right|\leq b$ , entonces $-b\leq x\leq b$.

En este caso, como $9\geq 0 y \left|x\right|\leq 9$ , entonces $-9\leq x\leq 9$

$-9-7<2x<9-7$ Despejar x, el +7 pasa a restar a ambos lados aplicando

$a-b\leq x\leq a+b$

$-16<2x<2$ Despejar x, el 2 pasa a dividir a ambos lados

$-\frac{16}{2}<x<\frac{2}{2} $ Simplificar fracciones en ambos lados cuando sea posible

$-8<x<1$ Intervalo solución en forma de conjunto

Por lo tanto el intervalo solución es: $(-8,1)$

3. Propiedad $\left|x\pm a\right|\geq b y b\geq 0$ sí y solo sí $x\leq a-b o x\geq a+b$

Ejemplo 1: resolver la inecuación $\left|3x-7\right|>8$

Aplicando $x\leq a-b o x\geq a+b$ se obtiene:

$3x-7>8 o 3x-7<-8$

Solución de primera inecuación

$3x-7>8 $

$3x>8+7$

$3x>15$ Despejar x, pasamos el 3 a dividir

$x>\frac{15}{3}$

$x>5$ Primera solución

Solución de la segunda inecuación

$3x-7<-8 $

$3x<-8+7$

$3x>-1$ Despejar x, pasamos el 3 a dividir

$x<-\frac{1}{3}$ Segunda solución

Por lo tanto la solución completa es: $\left(5,+\infty \right) ∪ (-\infty ,-\frac{1}{3})$

Ejemplo 2: resolver la inecuación $\left|2x+1\right|\geq 2$

Aplicando $x\leq a-b o x\geq a+b$ se obtiene:

$2x+1\geq 2 o 2x+1\leq -2$

Solución de primera inecuación

$2x+1\geq 2 $

$2x\geq 2-1$

$2x\geq 1$ Despejar x, pasamos el 2 a dividir

$x\geq \frac{1}{2}$ Primera solución

Solución de la segunda inecuación

$2x+1\leq -2 $

$2x\leq -2-1$

$2x\geq -3$ Despejar x, pasamos el 2 a dividir

$x\geq -\frac{3}{2}$ Segunda solución

Por lo tanto la solución completa es: $[\frac{1}{2},+\infty ) ∪ (-\infty ,-\frac{3}{2}]$